國立台中教育大學九十七學年度日間部轉學招生考試

微積分試題

適用學系:數學教育學系

一、選擇題(共 35 分,每題 7 分)

1、$f(x)=3x^2+6x-5$,在區間[-2,1]範圍內適合"中間值定理The Mean Value Theorem結論"中的 f'(c)的c值是下列哪一個?① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $-\frac{1}{2}$

2、隱函數$x^2+y^2=25$,已知dy/dt=3,在y=3 時,則dx/dt之值為下列哪一個?

① $\pm\frac{9}{4}$ ② $\pm\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{15}$ ④ $-\frac{1}{12}$

3、函數 $f(x)=\dfrac{\sec 2x\cdot\tan 2x}{x}$,則 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 之值為下列哪一個?①3② 2 ③-3④4

4、無限級數 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n\sqrt{n}\cdot 3^n}$,下列哪一個 x 的值可使此級數絕對收斂?

①7 ② 4③ −2 ④ −8

5、有函數 y=F(x),已知 y=F(x) 在區間[a,b]範圍內是連續函數,在區間(a,b)範圍內可微,且對∀x,a<x<b,f'(x)≠0,恆成立,下列哪一個敘述正確?①y=F(x) 在區間[a,b]範圍內沒有最大(absolute maximum)與最小值(absolute minimum) ②對∀x,a<x<b,f(x)≠0 恆成立③ y=F(x) 在區間[a,b]範圍內永遠上凹或永遠下凹④ y=F(x) 在區間[a,b]範圍內沒有相對極大(local maximum)與相對極小值(local minimum)。

二、填充題(共 35 分,每一個空格 7 分)

1、應用球面座標計算三重積分 $\iiint\limits_{v}\dfrac{z^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dV$,

其中 $V=\{(x,y,z)|1\le x^2+y^2+z^2\le 9 \text{且} z\ge 0\}$,則原積分式=

$\int_a^b\int_c^d\int_e^f g(\rho,\theta,\phi)d\rho d\phi d\theta = k$,k 為積分值,試求

(1) $a+b+c+d+e+f=$ (　　　　　)

(2) $g(\rho,\theta,\phi)=$ (　　　　　)

(3) $k=$ (　　　　　)

2、一曲線之參數式為：$x=\frac{1}{2}t^2$，$y=t$ ，$z=\frac{1}{3}t^3$

(1)此曲線在 $t=2$ 的曲率為（　　　　）

(2)在 $t=-1$ 處垂直於此曲線的平面方程式為（　　　　　）

三、應用題(30 分)

1、設圓半徑為 r，試證明圓形的面積為 πr^2。(10 分)

2、試分別利用圓盤法與圓柱殼法，證明一圓錐體其底的半徑為 r，高為 h 時，

體積為 $\frac{1}{3}\pi r^2 h$。(20 分)

國立台中教育大學九十七學年度日間部轉學招生考試

線性代數試題

適用學系:數學教育學系

一、單選題（共35分，每題7分）

1.矩陣$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 6 & -3 & -3 \\ 3 & 10 & -6 & -5 \end{bmatrix}$之秩（rank）為何？(A)1 (B)2 (C)3 (D)4。

2.排列（permutation）$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$與$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$之合成

(composition) $\tau \circ \sigma$ 為何？ (A)$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

(C)$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$。

3. 排列（permutation）$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$之逆元（inverse）$\sigma^{-1}$為何？

(A)$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ (B)$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ (C)$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(D)$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$。

4.設$T: R^3 \to R^3$為線性映射，若$T(x,y,z) = (x+2y-z, y+z, x+y-2z)$，則$T$的像(image)之維度為何？(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

5. 設$T: R^3 \to R^3$為線性映射，若$T(x,y,z) = (x+2y-z, y+z, x+y-2z)$，則$T$的核(kernel)之維度為何？(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

二、計算題（共65分）

1、Let $A \in M_{n\times n}(\Re)$ and $A^2 = A$. Prove that if λ is an eigenvalue of A, then $\lambda = 0$ or $\lambda = 1$.(10分)

2、Let $\{v_1, v_2, v_3\}$ be a linearly independent set of vectors chosen from some vector space V. Is $\{v_1+v_2, v_1+v_3, v_2+v_3, v_1-v_2+v_3\}$ a linearly independent set？(10分)

3、Let $V = M_{2\times 2}(F)$, $W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix} \in V : a, b, c \in F \right\}$, and

$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & b \end{pmatrix} \in V : a, b \in F \right\}$. （12 分）

(a) Prove that W_1 and W_2 are subspace of V.

(b) Find the dimensions of W_1, W_2, $W_1 + W_2$, and $W_1 \cap W_2$.

4、Find a 3×3 matrix whose nullspace is the X-axis and whose column space is the YZ-plane. （10 分）

5、Find a weighted Euclidean inner product on R^n such that the vectors

$v_1 = (1,0,0,\ldots,0)$ $v_2 = (0,\sqrt{2},0,\ldots,0)$

$v_3 = (0,0,\sqrt{3},0,\ldots,0)$5 $v_n = (0,0,0,\ldots,\sqrt{n})$

form an orthonormal set. （10 分）

6、Find A^{999} and the eigenvalues and bases for the eigenspaces of A

. $For\ , A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 8 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ （13 分）