

國立臺中教育大學 106 學年度學士班日間部轉學招生考試

微積分試題

適用學系：數學教育學系二、三年級

【注意事項：1.請將答案寫在答案卷上，並請標示題號。2.本考科得以鉛筆作答。】

一、填充題（70%，每題 5%）

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x =$ _____.

2. 求 $y = x^{2x}$, $x > 0$ 的導函數 $y' =$ _____.

3. 求 $\int_0^{\pi} |\cos x| dx =$ _____.

4. 求 $\int_0^{\pi/4} \tan^4 x dx =$ _____.

5. 求 $\int_{-\infty}^0 xe^x dx =$ _____.

6. 求 $y = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - \frac{3}{8}x^{\frac{3}{2}} + 5$ 在 $1 \leq x \leq 8$ 範圍之曲線長 _____.

7. 令 $y = (\sqrt{t})^t$, $t > 0$, 求 $\frac{dy}{dt} =$ _____.

8. 求 $\lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{k}\right)^k =$ _____.

9. 求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\cos x) dx =$ _____.

10. If $f(x) = xe^{-x}$, then $f^{(1000)}(x) =$ _____.

11. Evaluate $\int_0^{1/2} \cos^{-1} x dx =$ _____.

12. The linear approximation of the function $f(x, y) = \sqrt{x + e^{4y}}$ at $(3, 0)$ is _____.

13. If $f(x, y) = \sqrt[3]{3x^3 + y^3}$, then $f_x(0, 0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. Let D be the region bounded by the parabolas $y = 2x^2$ and $y = 1 + x^2$. The integral

$$\iint_D (x + 2y) dA = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、計算及證明題 (30%，每題 10%)

1. 求以圖形 $y = \sqrt{x}$ 和 $y = x^2$ 為邊界的區域，繞 x 軸旋轉所得旋轉體的體積？

2. 假設 x 與 y 滿足 $x = \int_0^y \frac{dt}{\sqrt{1+4t^2}}$ ，試求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

3. (a) Sketch the polar curve $r = \sin 2\theta$.

(b) Find the area that enclosed by the polar curve $r = \sin 2\theta$.